

DLR-IB-FA-BS-2018-71

**Entwicklung eines Tools zur
Querschnittsberechnung von
isotropen Flügelstrukturen**

Studienarbeit

Daniel Hardt, Edgar Werthen



DLR

**Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt**

Institut für Faserverbundleichtbau und Adaptronik

DLR-IB-FA-BS-2018-71

**Entwicklung eines Tools zur
Querschnittsberechnung von
isotropen Flügelstrukturen**

Zugänglichkeit:

Stufe 1 (intern und extern unbeschränkt zugänglich)

Braunschweig, 05, 2018

Der Bericht umfasst: 38 Seiten

Institutsleiter:

Autoren: Daniel Hardt


Prof. Dr.-Ing. M. Wiedemann


Autor 2 / Betreuer: Edgar Werthen



Abteilungsleiter:


Prof. Dr.-Ing. Christian Hühne



DLR

Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt

Entwicklung eines Tools zur Querschnittsberechnung von isotropen Flügelstrukturen

Daniel Hardt, Matrikelnummer 3046544

11. Januar 2018

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	1
1. Einleitung	2
1.1. Anforderungen	3
2. Theoretischer Ansatz zur Querschnittsberechnung	5
2.1. Ablauf der Balkenberechnung	5
2.2. Koordinatensysteme	6
2.3. Kinematik	6
2.4. Normalspannungen	8
2.4.1. Längsdehnungs- und Biegesteifigkeit	9
2.4.2. Normalfluss aus Schnittlasten	10
2.4.3. Hauptachsensystem	10
2.5. Schubspannungen	12
2.5.1. Schubfluss aus Torsion und Torsionssteifigkeit	12
2.5.2. Schubfluss aus Querkraft	15
2.5.3. Schubmittelpunkt	18
3. Validierung und Diskussion der Ergebnisse	20
4. Zusammenfassung und Ausblick	22
Literaturverzeichnis	24
Anhang	A1
A. Ergebnisse der Berechnung für einen Kastenquerschnitt	A1
A.1. Lastfälle	A1
B. Ergebnisse der Berechnung für einen dreizelligen Flügelquerschnitt	A7
B.1. Lastfälle	A7

Abbildungsverzeichnis

1.1. Ablauf der Auslegung eines Flugzeuges	2
1.2. Verschiedene Flügelquerschnitte [2]	3
2.1. Ablauf der Balken-Berechnung nach [5]	5
2.2. Die Koordinatensysteme des Balkens	6
2.3. Kinematik des Querschnitts	7
2.4. Die Schnittgrößen des Querschnitts	9
2.5. Die Hauptachsen des Querschnitts	11
2.6. Mehrzelliger Querschnitt mit m Zellen [8]	13
2.7. Umlaufender Schubfluss pro Zelle aus Torsion [8]	13
2.8. Überlagerung der Schubflüsse [8]	13
2.9. Schubflussverteilung am aufgeschnittenen Querschnitt [8]	16
2.10. Schubflussverteilung am geschlossenen Querschnitt [8]	18
2.11. Schubmittelpunkt des Querschnitts im Hauptachsensystem	18
3.1. Validierungsquerschnitte	21
A.2. Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Längsdehnung . .	A2
A.3. Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Torsion	A2
A.4. Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Biegung um die X-Hauptachse	A3
A.5. Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Biegung um die Y-Hauptachse	A4
A.6. Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Querkraft in X- Hauptachsenrichtung	A5
A.7. Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Querkraft in Y- Hauptachsenrichtung	A6
B.9. Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Längsdehnung . .	A8
B.10. Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Torsion	A8
B.11. Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Biegung um die X-Hauptachse	A9
B.12. Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Biegung um die Y-Hauptachse	A10
B.13. Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Querkraft in X- Hauptachsenrichtung	A11
B.14. Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Querkraft in Y- Hauptachsenrichtung	A12

1. Einleitung

Ziel dieses Paxisprojekts ist die Entwicklung eines Tools zur Querschnittsberechnung von Flügelstrukturen, das in ein Vorauslegungstool integriert werden soll.

Bei der Entwicklung von Flugzeugen ist die Masse eine zentrale Größe. Die Masse muss vor den meisten Auslegungsrechnungen schon bekannt sein. Beispielsweise muss zur Bestimmung der Flügelfläche die maximal Abflugmasse gegeben sein. Da das bei einem neuen Entwurf in der Regel nicht der Fall ist wird zunächst eine Annahme für die Masse getroffen und damit das Flugzeug ausgelegt. Am Ende der Auslegung erhält man als Ergebnis die tatsächliche Masse des Entwurfs, die in der Regel nicht mit der angenommenen Masse übereinstimmt. Damit sind die vorausgegangenen Auslegungsrechnungen nicht korrekt. Um einen korrekten Entwurf zu erhalten wird der ganze Prozess wiederholt, diese Wiederholung der Berechnungen wird Iteration genannt. In der nächsten Iteration wird die soeben ermittelte Masse des Entwurfs verwendet und die Auslegungsrechnungen werden mit dieser Masse wiederholt. Es wird so lange iteriert, bis die errechnete und die angenommene Masse übereinstimmen und der Entwurf „korrekt“ ist (siehe Abbildung 1.1).

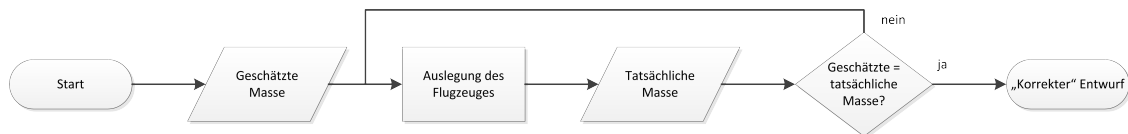


Abbildung 1.1.: Ablauf der Auslegung eines Flugzeuges

Da der Schritt der Auslegungsrechnungen sehr umfangreich ist, ist eine Iteration sehr zeit- und kostenintensiv. Dies macht sich vor allem bei einer multidisziplinären Entwurfsoptimierung (MDO) sehr stark bemerkbar, da bei einer MDO viele unterschiedliche Entwürfe berechnet werden müssen und dann miteinander verglichen werden. Es wird also angestrebt, so wenig Iterationen wie möglich durchführen zu müssen. Ein Weg, dieses Ziel zu erreichen ist die angenommene Masse genauer abzuschätzen. Dazu wird vor der eigentlichen Auslegung eine „Vorauslegung“ durchgeführt. Im Rahmen dieser Vorauslegung wird mit sehr einfachen und dadurch schnellen Modellen eine überschlägige Auslegung erstellt. Die Ergebnisse dieser Vorauslegung werden im Nachgang in der eigentlichen Auslegung ausdetailliert. Solche Vorauslegungsrechnungen werden auch bei dem Entwurf von Windkraftanlagen und Helikopter verwendet.

In diesem Bericht wird die Entwicklung eines Python-Tools zur Vorauslegung von Flügelstrukturen (Flugzeugflügel, Windkraftanlagen- oder Helikopterrotorblätter, beispielhafte Flügelquerschnitte in Abbildung 1.2) beschrieben. Der Flügel wird mechanisch als Balken modelliert, es wird der modifizierte theoretische Ansatz nach Wiedemann [1] verwendet. Dieser Ansatz geht von Schubstarrer Biegung eines dünnwandigen Querschnitts aus iso-

tropem Material aus.

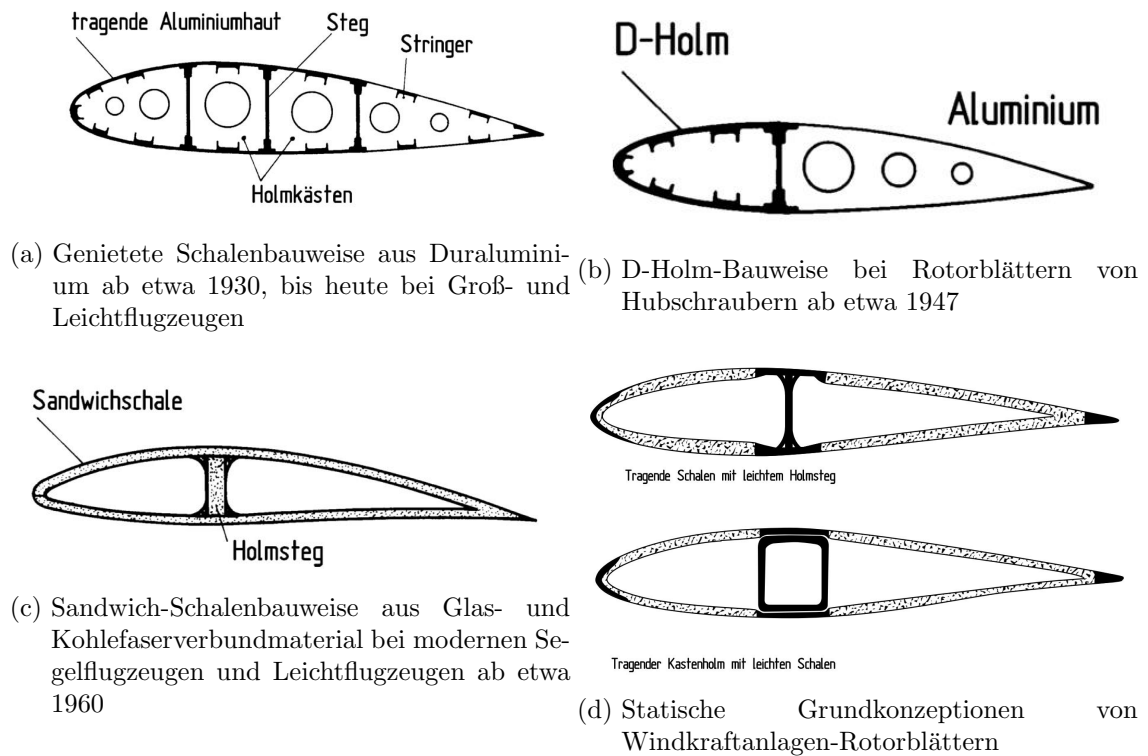


Abbildung 1.2.: Verschiedene Flügelquerschnitte [2]

1.1. Anforderungen

Die primäre Aufgabe des Querschnittsmoduls ist die Berechnung der Querschnittseigenschaften eines ein- oder mehrzelligen geschlossenen dünnwandigen Flügelquerschnitts mit gegebener Geometrie und gegebenen Materialdaten. Dazu gehören

- Steifigkeit
 - Querschnittssteifigkeiten. Unter Querschnittssteifigkeit wird der Zusammenhang zwischen den in einem Balkenquerschnitt angreifenden Schnittlasten (Normal- und Querkkräfte, sowie Torsions- und Biegemomente, siehe Abbildung 2.4) und den Querschnittsverformungen (Längsdehnung, Verdrillung, Scherung, Krümmungen, siehe Abbildung 2.3)
 - Elastische Schwerpunkt, Schubmittelpunkt und Biegehauptachsen
- Masse
 - Massen-Schwerpunkt
 - Massenbelegung μ des Balkens an der Stelle des Querschnitts

Des weiteren soll für verschiedene Schnittlasten an den einzelnen Stellen des gegebenen Querschnitts die Dehnungs- und Spannungszustände ermittelt werden. Damit können

Aussagen über die Festigkeit und teilweise auch über die Stabilität gemacht werden (z.B. Beulen [3]).

Da es sich um ein Vorauslegungstool handelt soll die Berechnung schnell ablaufen. Die Berechnung von einem Querschnitt unter 100 Lastfällen soll maximal 1 min dauern. Dabei soll ein analytischer und explizit kein Finite-Elemente-Ansatz verwendet werden.

Es wird angenommen, dass sich das Material des Querschnitts isotrop und linear elastisch verhält und ausschließlich durch seinen Elastizitäts- und Schubmodul (E und G) beschrieben werden kann.

2. Theoretischer Ansatz zur Querschnittsberechnung

Der Flügel wird als mechanischer Balken modelliert. Ein Balken in der Mechanik zeichnet sich dadurch aus, dass eine Längen-Dimension deutlich größer ist als die anderen beiden. Konkret bedeutet das für einen Balken, dass die Balkenlänge deutlich größer ist, als Höhe und Breite des Querschnitts. [4] Aufgrund dieser Eigenschaft lässt sich das mechanische Problem eines Balkens in zwei Teilprobleme aufteilen: die zweidimensionale Berechnung der Steifigkeiten eines Querschnitts (EI , GJ , ...) und ein System von eindimensionalen Differentialgleichungen (DGLs), in denen die Querschnittssteifigkeiten Verwendung finden zur Berechnung der Balkenverformungen. [5]

Zur Berechnung der Querschnittssteifigkeiten wird der Ansatz nach Wiedemann [1, S. 373 ff.] mit einem anderen Koordinatensystem verwendet.

2.1. Ablauf der Balkenberechnung

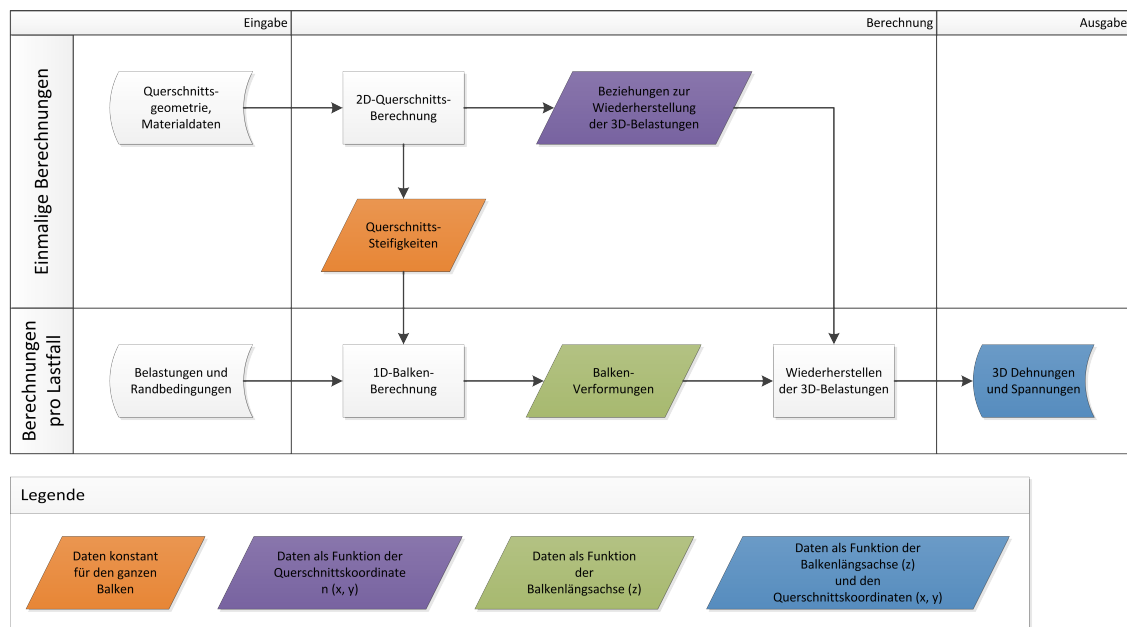


Abbildung 2.1.: Ablauf der Balken-Berechnung nach [5]

Der Ablauf der Balkenberechnung ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Im ersten Schritt werden die Querschnittssteifigkeiten berechnet. Wenn davon ausgegangen wird, dass sich die Geometrie und der Materialaufbau entlang der Balkenlängsachse nicht ändert (zylindrischer Balken) sind die Querschnittssteifigkeiten konstant für den ganzen Balken.

Zusätzlich ergeben sich kinematische Beziehungen, mit denen die Dehnungen an jeder Stelle eines Querschnitts aus den Balkenverformungen an der Stelle des Querschnitts berechnet werden können („Wiederherstellungs-Beziehungen“).

Für jeden Lastfall (definiert durch Belastungen und Randbedingungen) müssen die 1D-DGLs gelöst werden, daraus ergeben sich die Balkenverformungen des gesamten Balkens. Aus diesen Balkenverformungen können jetzt mit Hilfe der Wiederherstellungs-Beziehungen die Dehnungen an jeder Stelle des Balkens berechnet werden. Über das Materialverhalten lassen sich aus diesen Dehnungen die Spannungen berechnen.

2.2. Koordinatensysteme

In den nachfolgenden Berechnungen werden zwei Koordinatensysteme verwendet, die in Abbildung 2.2 dargestellt sind:

1. Beliebiges rechtshändiges kartesisches Balken-Koordinatensystem (x, y, z)
2. Rechtshändiges krummliniges Konturkoordinatensystem (n, s, z) .

Der z -Basisvektor der beiden Koordinatensysteme ist identisch und entlang der Balkenachse ausgerichtet.

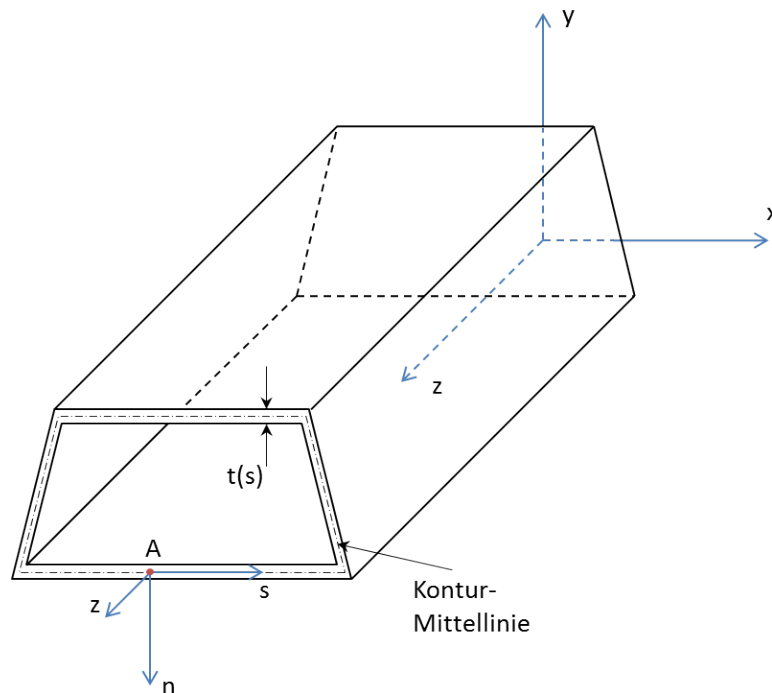


Abbildung 2.2.: Die Koordinatensysteme des Balkens

2.3. Kinematik

Es wird angenommen, dass ebene Querschnitte des Balkens nach einer Verformung zwar verdreht sein können, aber trotzdem eben bleiben. Außerdem stehen die Querschnitte

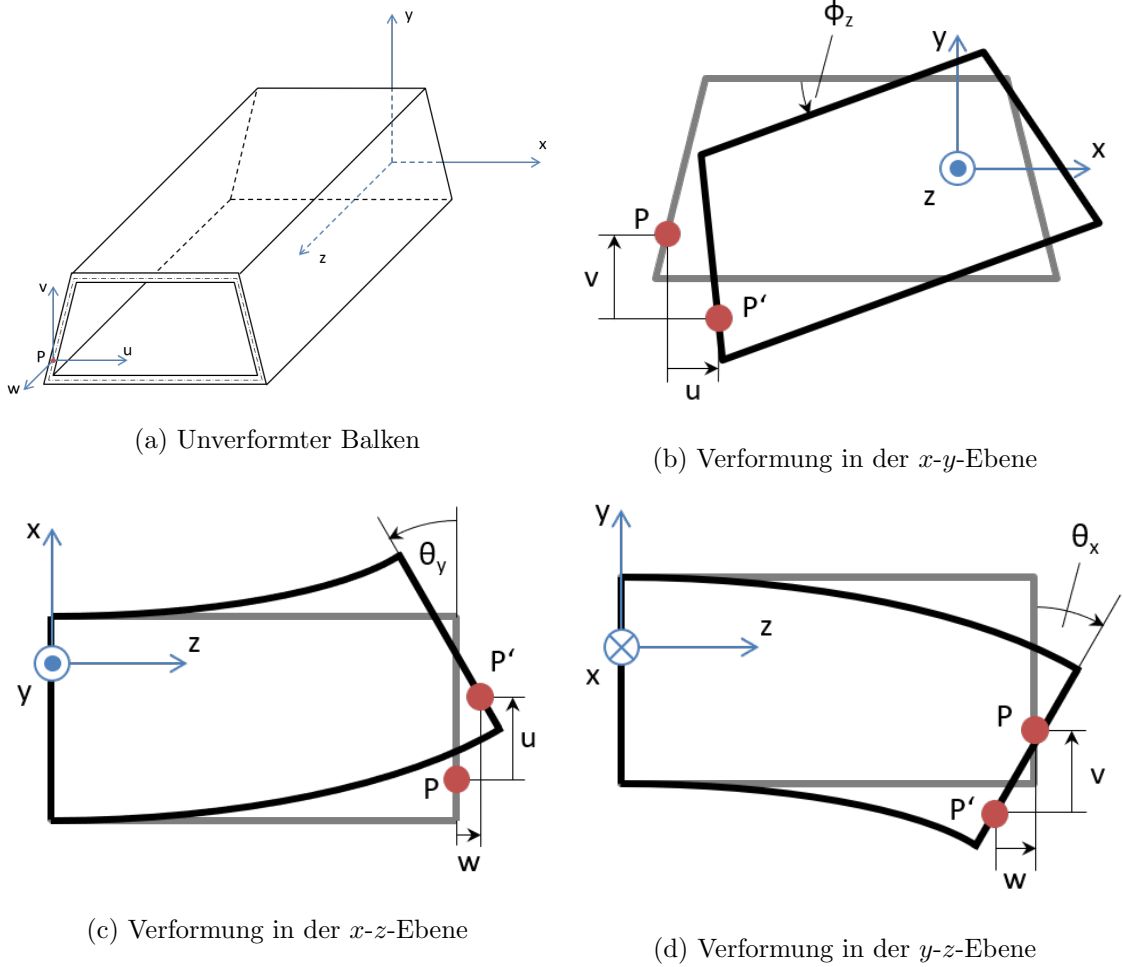


Abbildung 2.3.: Kinematik des Querschnitts

auch nach einer Verformung senkrecht auf der Balkenachse.

Um die die Verschiebung eines beliebigen Punktes P zu beschreiben werden zunächst sechs unabhängige kinematische Variablen eingeführt (nach Mahnen [4], siehe Abbildung 2.3):

- $u(z), v(z)$: Verschiebung in der unverformten Querschnittsebene in x - und y -Richtung
- $w(z)$: Verschiebung entlang der Balkenachse (in z -Richtung)
- $\Theta_x(z), \Theta_y(z)$: Drehung der Querschnittsebene um die x - und y -Achse
- $\phi_z(z)$: Drehung der Querschnittsebene um die Balkenachse (z -Achse)

Im weiteren Verlauf wird das Differenzieren nach der Balkenlängskoordinate z mit einem Apostroph abgekürzt:

$$\frac{d(\cdot)}{dz} = (\cdot)'$$

Die Verdrehung ϑ , die als Ableitung der Verdrehung ϕ_z nach der Balkenlängskoordinate definiert ist, ergibt sich zu

$$\vartheta = \frac{d\phi_z}{dz} = \phi'_z \quad (2.1)$$

Wird angenommen, dass kleine Verformungen vorliegen, gilt $u', v', \Theta_x(z), \Theta_y(z) \ll 1$. Damit lässt sich vereinfachen:

$$\begin{aligned} u' &\approx \arctan u' & \sin \Theta_x &\approx \Theta_x & \cos \Theta_x &\approx 1 \\ v' &\approx \arctan v' & \sin \Theta_y &\approx \Theta_y & \cos \Theta_y &\approx 1 \end{aligned}$$

Da der Querschnitt immer senkrecht auf der Balkenlängsachse steht, gilt

$$\Theta_x(z) = v'(z) \qquad \Theta_y(z) = -x'(z) \qquad (2.2)$$

Mit den getroffenen Annahmen ergibt sich somit die Verschiebung in Balkenlängsachse eines beliebigen Punktes $P = P(x, y, z)$ zu

$$w(x, y, z) = w(z) + \Theta_x(z)y - \Theta_y(z)x \qquad (2.3)$$

Aus der Verschiebung in Balkenlängsachse ergibt sich für die Längsdehnung in Balkenlängsachse:

$$\epsilon_z(x, y, z) = w'(z) + \Theta'_x(z)y - \Theta'_y(z)x \qquad (2.4)$$

2.4. Normalspannungen

Da nur dünnwandige Strukturen betrachtet werden, kann angenommen werden, dass die Längsdehnung über der Dicke der Kontur konstant ist. Vereinfacht kann dann in Konturkoordinaten geschrieben werden:

$$\epsilon_z(s, z) = w'(z) + \Theta'_x(z)y(s) - \Theta'_y(z)x(s) \qquad (2.5)$$

Um die Längsspannung zu erhalten muss die Längsdehnung mit dem Elastizitätsmodul multipliziert werden, welches als konstant über der Dicke der Kontur und entlang der Balkenachse angenommen wird:

$$\sigma_z(s, z) = E(s)\epsilon_z(s, z) \qquad (2.6)$$

Somit ist die Längsspannung über der Dicke der Kontur auch konstant und kann durch den Normalfluss ersetzt werden:

$$\begin{aligned} n_z(z, s) &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_z(s, z) dt = \sigma_z(s, z)t(s) \\ &= E(s)t(s)[w'(z) + \Theta'_x(z)y(s) - \Theta'_y(z)x(s)] \end{aligned} \qquad (2.7)$$

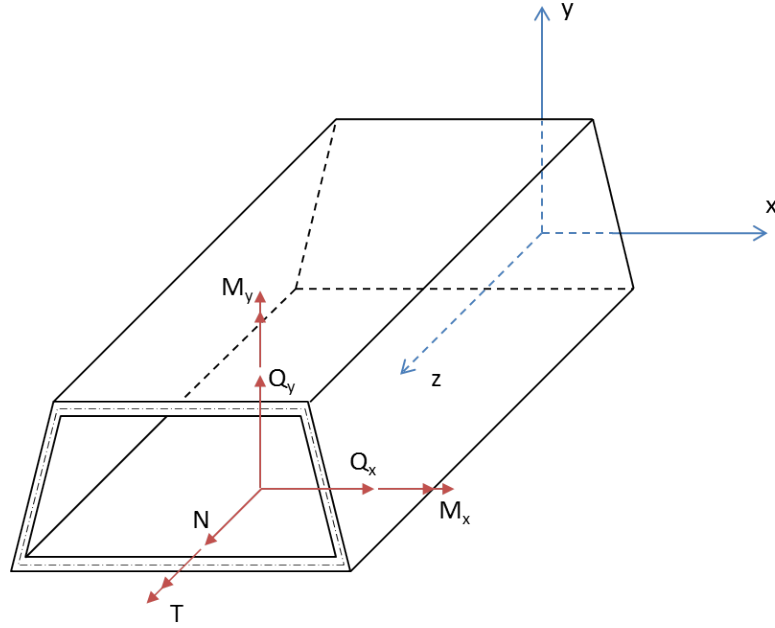


Abbildung 2.4.: Die Schnittgrößen des Querschnitts

2.4.1. Längsdehnungs- und Biegesteifigkeit

Die Querschnittssteifigkeit ist der Zusammenhang zwischen den in einem Balkenquerschnitt angreifenden Schnittlasten und den Querschnittsverformungen. Die Schnittgrößen des Querschnitts (siehe Abbildung 2.4) sind wie folgt definiert:

$$N(z) = \int_C n_z \, ds \quad M_x(z) = \int_C y n_z \, ds \quad M_y(z) = \int_C -x n_z \, ds \quad (2.8)$$

wobei C die gesamte Konturlänge des Querschnitts ist.

Wird nun (2.7) in (2.8) eingesetzt, ergibt sich:

$$\begin{aligned} N(z) &= w'(z) \int_C E t \, ds + \Theta'_x(z) \int_C E t y \, ds + \Theta'_y(z) \int_C -E t x \, ds \\ M_x(z) &= w'(z) \int_C E t y \, ds + \Theta'_x(z) \int_C E t y^2 \, ds + \Theta'_y(z) \int_C -E t x y \, ds \\ M_y(z) &= w'(z) \int_C -E t x \, ds + \Theta'_x(z) \int_C -E t x y \, ds + \Theta'_y(z) \int_C E t x^2 \, ds \end{aligned}$$

Werden die Integrale durch folgende Querschnittssteifigkeiten substituiert

$$EA = \int_C E t \, ds \quad ES_x = \int_C E t y \, ds \quad ES_y = \int_C E t x \, ds \quad (2.9a)$$

$$EI_x = \int_C E t y^2 \, ds \quad EI_y = \int_C E t x^2 \, ds \quad EI_{xy} = - \int_C E t x y \, ds \quad (2.9b)$$

ergibt sich die Längsdehnungs- und Biegesteifigkeit \mathbf{S} des Balkens in Matrixschreibweise

zu:

$$\begin{pmatrix} N \\ M_x \\ M_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} EA & ES_x & -ES_y \\ ES_x & EI_x & EI_{xy} \\ -ES_y & EI_{xy} & EI_y \end{bmatrix} \begin{pmatrix} w' \\ \Theta'_x \\ \Theta'_y \end{pmatrix} = \mathbf{S} \begin{pmatrix} w' \\ \Theta'_x \\ \Theta'_y \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Die Steifigkeitsmatrix ist symmetrisch, es gilt $S_{ij} = S_{ji}$.

Um die Querschnittssteifigkeiten aus (2.9) für beliebige Querschnitte zu berechnen, wird die Kontur in rechteckige Finite Elemente (FE) aufgeteilt. Mit Hilfe dieser Elemente lassen sich nun die Integrale in (2.9) für jedes Element integrieren und dann aufsummieren, um so die Querschnittssteifigkeiten zu erhalten.

2.4.2. Normalfluss aus Schnittlasten

Um den Normalfluss in Abhängigkeit der Schnittlasten zu beschreiben, müssen zunächst die Querschnittsverformungen aus den Schnittlasten ermittelt werden. Dazu wird die Steifigkeitsmatrix \mathbf{S} invertiert:

$$\begin{pmatrix} w' \\ \Theta'_x \\ \Theta'_y \end{pmatrix} = \mathbf{S}^{-1} \begin{pmatrix} N \\ M_x \\ M_y \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Die so ermittelten Querschnittsverformungen werden in (2.7) eingesetzt:

$$\begin{aligned} n_z(z,s) = \frac{1}{\Delta} [& N[(EI_{xy}^2 - EI_x \cdot EI_y) + (EI_{xy} \cdot ES_x - EI_x \cdot ES_y)x + (EI_y \cdot ES_x - EI_{xy} \cdot ES_y)y] + \\ & M_x[(EI_y \cdot ES_x + EI_{xy} \cdot ES_y) - (EA \cdot EI_{xy} - ES_x \cdot ES_y)x - (EA \cdot EI_y + ES_y^2)y] + \\ & M_y[(-EI_{xy} \cdot ES_x - EI_x \cdot ES_y) + (EA \cdot EI_x - ES_x^2)x + (EA \cdot EI_{xy} + ES_x \cdot ES_y)y]] \end{aligned} \quad (2.12)$$

mit

$$\Delta = \frac{EA \cdot EI_{xy}^2 - EA \cdot EI_x \cdot EI_y + EI_y \cdot ES_x^2 - EI_x \cdot ES_y^2}{E \cdot t}$$

2.4.3. Hauptachsensystem

Das Hauptachsensystem (X, Y, Z) des Querschnitts ist ein relativ zu Balkenkoordinatensystem verschobenes und gedrehtes Koordinatensystem, das so definiert ist, dass

- bei einer im Ursprung des Hauptachsensystems angreifende Normalkraft keine Biegung auftritt und
- die Biegung um eine der Achsen ausschließlich eine Drehung der Querschnittsebene um diese Achse hervorruft.

Der Ursprung des Hauptachsensystems wird auch elastischer Schwerpunkt (ESP) genannt. In Abbildung 2.5 ist das Hauptachsensystem mit Bezug zum Balkenkoordinatensystem dargestellt.

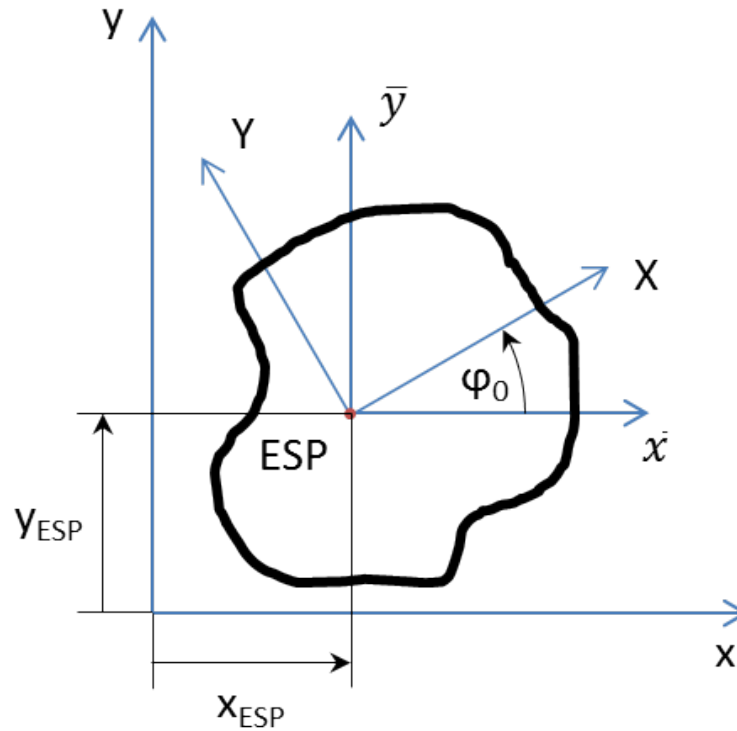


Abbildung 2.5.: Die Hauptachsen des Querschnitts

Aus dieser Definition folgt, dass die Elemente der Steifigkeitsmatrix, die Längsdehnung und Biegung miteinander koppeln zu null werden:

$$ES_X, ES_Y, EI_{XY} = 0 \quad (2.13)$$

Wird nun das Balkenkoordinatensystem in der Querschnittsebene einen beliebigen Punkt P verschoben, ergibt sich mit $\bar{x} = x - x_P$ und $\bar{y} = y - y_P$ für die Querschnittssteifigkeiten im neuen Koordinatensystem:

$$\begin{aligned} ES_{\bar{x}} &= \int_C Et \bar{y} \, ds \\ &= \int_C Et(y - y_P) \, ds \\ &= \int_C Ety \, ds - y_P \int_C Et \, ds \\ &= ES_x - y_P \cdot EA \end{aligned} \quad (2.14)$$

und analog

$$ES_{\bar{y}} = ES_y - x_P \cdot EA \quad (2.15)$$

Mit (2.13) folgt daraus für die Position des elastischen Schwerpunktes:

$$x_{ESP} = \frac{ES_y}{EA} \quad y_{ESP} = \frac{ES_x}{EA} \quad (2.16)$$

Nachdem Längsdehnung und Biegung entkoppelt wurden ist die Biegung um die \bar{x} - und \bar{y} -Achse immer noch miteinander gekoppelt:

$$\begin{pmatrix} M_{\bar{x}} \\ M_{\bar{y}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} EI_{\bar{x}} & EI_{\bar{x}\bar{y}} \\ EI_{\bar{x}\bar{y}} & EI_{\bar{y}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Theta'_{\bar{x}} \\ \Theta'_{\bar{y}} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Die Biege-Hauptachsen sind die beiden Achsen, bei denen die Biegung um diese Achsen nicht miteinander gekoppelt sind. Die Biege-Hauptachsen entsprechen den Eigenvektoren des folgenden Eigenwertproblems (nach [6, S. 9 f.] und [7, S. 408 f.]):

$$\begin{bmatrix} EI_{\bar{x}} & EI_{\bar{x}\bar{y}} \\ EI_{\bar{x}\bar{y}} & EI_{\bar{y}} \end{bmatrix} \vec{x} = \lambda \vec{x} \quad (2.18)$$

Die Eigenwerte λ_i entsprechen den Biegesteifigkeiten um die entsprechenden Biege-Hauptachsen. Die Biege-Hauptachsen werden mit X und Y bezeichnet, die X -Achse ist dabei die Achse mit der größeren Biegesteifigkeit.

Im Hauptachsensystem vereinfacht sich zudem der Normalfluss aus den Schnittlasten zu

$$n_z(z, s) = E(s)t(s) \left[N(z) \frac{1}{EA} + M_X(z) \frac{Y(s)}{EI_X} - M_Y(z) \frac{X(s)}{EI_Y} \right] \quad (2.19)$$

2.5. Schubspannungen

Da von dünnwandigen Strukturen ausgegangen wird, wird angenommen, dass die Schubspannung nur in Konturrichtung s wirkt und über die Dicke der Kontur konstant ist. Somit kann analog zum Normalfluss die Schubspannung durch den Schubfluss ersetzt werden:

$$q(z, s) = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_s dt = \tau_s(z, s)t(s) \quad (2.20)$$

Flügelstrukturen sind häufig mehrzellige geschlossene dünnwandige Querschnitte, daher wird im Folgenden die Ermittlung des Schubflusses aus Querkraft und Torsion von mehrzellig geschlossenen dünnwandigen Querschnitten nach Rossow, Wolf und Horst [8] und Wiedemann [1] hergeleitet.

2.5.1. Schubfluss aus Torsion und Torsionssteifigkeit

Es wird ein dünnwandiger Querschnitt aus m geschlossenen Zellen wie in Abbildung 2.6 betrachtet. Zunächst wird für jede Zelle ein umlaufender Schubfluss aus Torsion $q_{0,j}$ eingeführt (Zellenindex j , siehe Abbildung 2.7).

Als zusätzliche Bedingung wird angenommen, dass die Verdrillung ϑ in allen Zellen iden-

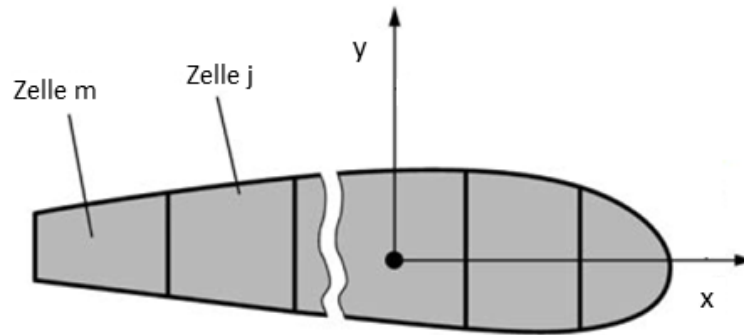
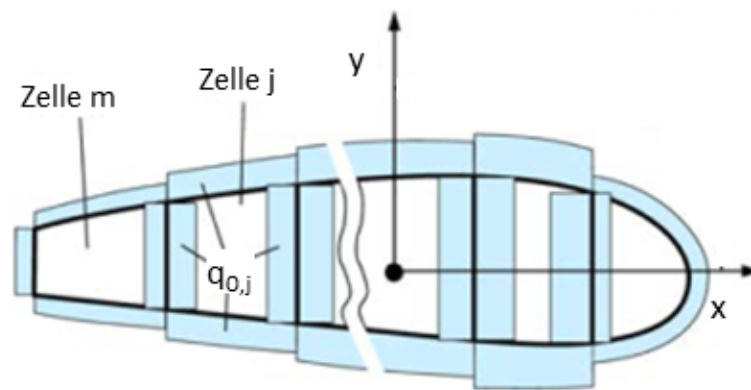
Abbildung 2.6.: Mehrzelliger Querschnitt mit m Zellen [8]

Abbildung 2.7.: Umlaufender Schubfluss pro Zelle aus Torsion [8]

tisch ist:

$$\vartheta_j = \vartheta \quad (2.21)$$

Die Verdrillung für eine Zelle lässt sich mit einem Ringintegral um die jeweilige Zelle berechnen, wenn alle Schubflüsse aus Torsion q_t entlang der Kontur der Zelle bekannt sind:

$$\vartheta_j = \frac{1}{2A_j} \oint_j \frac{q_t}{Gt} ds \quad (2.22)$$

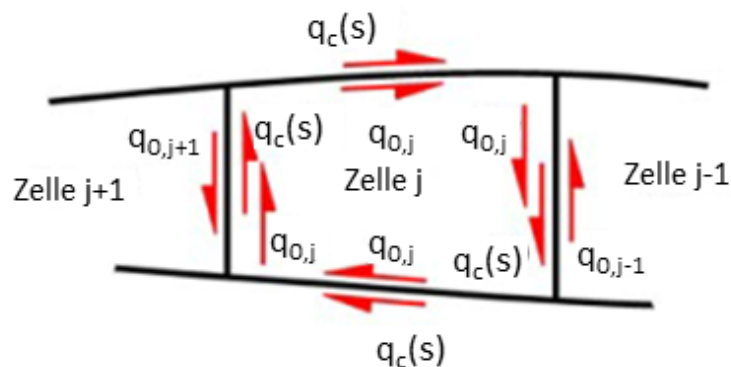


Abbildung 2.8.: Überlagerung der Schubflüsse [8]

In den Kontur-Segmenten, die zu zwei Zellen gehören, überlagern sich die umlaufenden Schubflüsse der beiden Zellen (siehe Abbildung 2.8). Um die Verdrillung aller Zellen berechnen zu können, muss die Kontur in Segmente unterteilt werden. In einem Segment sind der Schubfluss, der Schubmodul und die Dicke der Kontur konstant. Es wird angenommen, dass der gesamte Querschnitt aus n Segmenten besteht, der Segmentindex ist i .

Für jedes Segment existiert ein Schubfluss aus Torsion $q_{t,i}$, der für alle Segmente im Schubflussvektor \vec{q}_t zusammengefasst wird. Analog zum Schubflussvektor wird der Schubnachgiebigkeitsvektor $\vec{\alpha}$ definiert, wobei gilt $\alpha_i = \frac{l_i}{G_{it_i}}$ und l_i die Länge des Segments ist. Jedes Segment besitzt eine eindeutige Richtung. Fließt der Schubfluss in einem Segment in diese „Segment-Richtung“, ist er positiv, läuft er entgegengesetzt der Segment-Richtung, ist er negativ.

Damit lassen sich die Gleichungen zur Verdrillung einer Zelle umschreiben zu

$$\begin{aligned}\vartheta_j &= \frac{1}{2A_j} \oint_j \frac{q_t}{Gt} ds \\ &= \frac{1}{2A_j} \sum_{i=0, i \in Z_j}^n q_{t,i} \alpha_i \\ &= \frac{1}{2A_j} \left(\vec{M}_j [\vec{q}_t \circ \vec{\alpha}] \right)\end{aligned}\tag{2.23}$$

Z_j ist die Menge der Segmentindizes, die zur j -ten Zelle gehören. \vec{M}_j ist ein Zuordnungsvektor der Segmente zu den Zellen. Dabei wird auch die Richtung des umlaufenden Schubflusses einer Zelle berücksichtigt. Fasst man die Zuordnungsvektoren aller Zellen zu einer Matrix zusammen, erhält man die Zuordnungsmatrix \mathbf{M} , die wie folgt definiert ist:

$$\mathbf{M}_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{falls Segment } i \text{ in Zelle } j \text{ liegt und Segment- und Zellenumlaufrichtung identisch sind} \\ -1 & \text{falls Segment } i \text{ in Zelle } j \text{ liegt und Segment- und Zellenumlaufrichtung gegenläufig sind} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}\tag{2.24}$$

Fasst man die Verdrillungen aller Zellen ϑ_j in einem Vektor $\vec{\vartheta}$ zusammen und geht davon aus, dass die Verdrillung in allen Zellen identisch ist, erhält man

$$\vec{\vartheta} = \vartheta \vec{1}$$

wobei $\vec{1}$ der Eins-Vektor ist. Mit (2.23) und \vec{A} als Zellenflächenvektor erhält man für alle Zellen:

$$2\vartheta \vec{A} = \mathbf{M} [\vec{q}_t \circ \vec{\alpha}]$$

Ist \vec{q}_0 der Vektor mit den umlaufenden Schubflüssen der Zellen und \mathbf{C} eine Diagonalmatrix mit den Werten von $\vec{\alpha}$ auf den Diagonalelementen, lässt sich schreiben:

$$\vec{\alpha} \circ \vec{q}_t = \mathbf{C}\vec{q}_0$$

und damit

$$2\vartheta \vec{A} = \mathbf{M}\mathbf{C}\vec{q}_0 \quad (2.25)$$

Der resultierende Schubfluss eines Segments i setzt sich aus den überlagerten umlaufenden Schubflüssen der zugehörigen Zellen zusammen:

$$\vec{q} = \mathbf{M}^T \vec{q}_0 \quad (2.26)$$

Setzt man (2.26) in (2.25) ein, erhält man

$$2\vartheta \vec{A} = \mathbf{M}\mathbf{C}\mathbf{M}^T \vec{q}_0 \quad (2.27)$$

Wird nun der Torsionsverteilungsvektor \vec{t} eingeführt, der den umlaufenden Schubfluss für jede Zelle pro Verdrillung beschreibt, ergibt sich

$$\begin{aligned} \vec{t} &= \frac{1}{\vartheta} \vec{q}_0 \\ \Leftrightarrow \vec{q}_0 &= \vec{t}\vartheta \end{aligned}$$

(2.27) kann umgestellt und mit dem Torsionsverteilungsvektor geschrieben werden zu

$$\begin{aligned} 2\vec{A} &= \mathbf{M}\mathbf{C}\mathbf{M}^T \left(\frac{1}{\vartheta} \vec{q}_0 \right) \\ &= \mathbf{M}\mathbf{C}\mathbf{M}^T \vec{t} \end{aligned} \quad (2.28)$$

Dieses lineares Gleichungssystem kann nun nach \vec{t} gelöst werden. Das resultierende Torsionsmoment aus den umlaufenden Schubflüssen ergibt sich zu

$$T = 2\vec{q}_0 \vec{A}$$

Damit wird die Torsionssteifigkeit GJ zu

$$GJ = \frac{T}{\vartheta} = \frac{2\vec{q}_0 \vec{A}}{\vartheta} = 2\vec{t} \vec{A} \quad (2.29)$$

2.5.2. Schubfluss aus Querkraft

Es besteht folgender Zusammenhang zwischen Normalfluss und Schubfluss aus Querkraft:

$$q_q(s, z) = - \int_s \frac{\partial n_z}{\partial z} ds + q_0 \quad (2.30)$$

Dabei ist q_0 eine Integrationskonstante, die je nach Randbedingung ermittelt werden muss. Wird im Folgenden im Hauptachsensystem (X, Y) gerechnet, ergibt sich die Definition der Querkraft als Ableitung des Biegemoments zu

$$\frac{dM_X}{dz} = -Q_Y \qquad \frac{dM_Y}{dz} = Q_X$$

Damit lässt sich (2.30) unter der Annahme konstanter Normalkraft umformen zu

$$\begin{aligned} q_q(z, s) &= - \int_0^s -Q_X \frac{E(s)t(s)X(s)}{EI_Y} - Q_Y \frac{E(s)t(s)Y(s)}{EI_X} ds + q_0 \\ &= \frac{Q_X}{EI_Y} \int_0^s E(s)t(s)X(s) ds + \frac{Q_Y}{EI_X} \int_0^s E(s)t(s)Y(s) ds + q_0 \\ &= Q_X \frac{ES_{Y*}}{EI_Y} + Q_Y \frac{ES_{X*}}{EI_X} + q_0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

wobei ES_{X*} und ES_{Y*} die erweiterten unvollständigen statischen Momente sind:

$$ES_{X*} = \int_0^s E(s)t(s)Y(s) ds \qquad ES_{Y*} = \int_0^s E(s)t(s)X(s) ds \quad (2.32)$$

Die Ermittlung der Schubflüsse und des Schubmittelpunktes erfolgt in zwei Schritten. Im ersten Schritt wird jede Zelle des Querschnitts „aufgeschnitten“, so dass ein offener Querschnitt mit $m + 1$ freien Enden entsteht. Mit (2.33) kann die Schubflussverteilung am aufgeschnittenen Querschnitt bestimmt werden (siehe Abbildung 2.9).

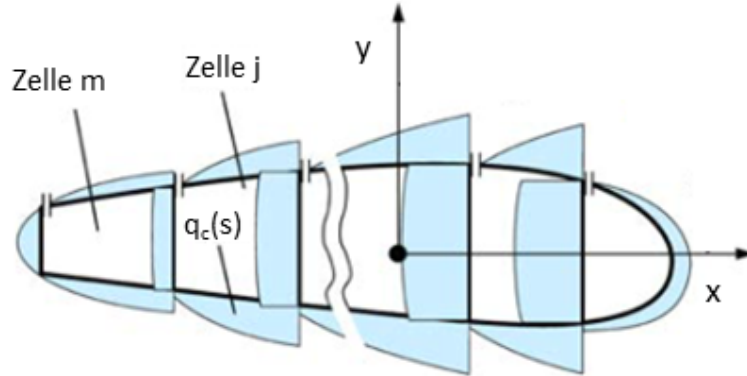


Abbildung 2.9.: Schubflussverteilung am aufgeschnittenen Querschnitt [8]

$$q_c(z, s) = Q_X \frac{ES_{Y*}}{EI_Y} + Q_Y \frac{ES_{X*}}{EI_X} \quad (2.33)$$

Im zweiten Schritt wird analog zu Abschnitt 2.5.1 ein umlaufender Schubfluss pro Zelle $q_{0,j}$ eingeführt, um den aufgeschnittenen Querschnitt „wieder zu schließen“. Somit be-

rechnet sich der Schubfluss durch Querkraft an jeder Stelle der Kontur zu

$$q_q = q_c + q_0 \quad (2.34)$$

Bei Einleitung der Querkraft im Schubmittelpunkt wird die Verdrillung des Querschnitts laut Definition zu null. Nach (2.21) ist die Verdrillung jeder Zelle ϑ_j damit auch gleich null.

Mit dieser zusätzlichen Bedingung lässt sich analog zu Abschnitt 2.5.1 die Verdrillung der Zellen zu

$$\vartheta_j = \frac{1}{2A_j} \oint_j \frac{q_q}{Gt} ds \quad (2.35)$$

berechnen. Allerdings kann das Integral hier nicht unter Verwendung der Segmente in eine Summe aufgelöst werden, da der Schubflussverlauf durch Querkraft an dem geschnittenen Querschnitt in einem Segment nicht konstant ist.

Um die umlaufenden Schubflüsse der Zellen $q_{0,j}$ zu berechnen wird das Problem an dieser Stelle diskretisiert. Dafür wird die gesamte Kontur in n „Finite-Kontur-Elemente“ aufgeteilt (Elementindex i), für die der Schubfluss durch Querkraft an dem geschnittenen Querschnitt q_c als konstant angenommen wird. Dazu wird der Mittelwert des Schubflusses an dem Element verwendet. Dadurch kann das Integral aus (2.35) aufgelöst werden:

$$\vartheta_j \approx \frac{1}{2A_j} \sum_{i=0, i \in E_j}^n q_{q,i} \alpha_i \quad (2.36)$$

$$= \frac{1}{2A_j} \left(\vec{M}_j [\vec{q}_q \circ \vec{\alpha}] \right) \quad (2.37)$$

E_j ist die Menge der Elementindizes, die zur j -ten Zelle gehören. \vec{M}_j ist hier der Zuordnungsvektor der Elemente zu den Zellen, analog zu (2.24). Um den Querschnitt zu schließen muss also gelten:

$$\vec{0} = \mathbf{M} [\vec{q}_q \circ \vec{\alpha}] = \mathbf{MC} \vec{q}_q$$

mit

$$\vec{q}_q = \vec{q}_c + \mathbf{M}^T \vec{q}_0 \quad (2.38)$$

\vec{q}_c ist dabei der Vektor der Schubflüsse der Elemente am aufgeschnittenen Querschnitt, \vec{q}_0 ist der Vektor der umlaufenden Schubflüsse der einzelnen Zellen. Eingesetzt ergibt sich folgendes lineare Gleichungssystem, was nach \vec{q}_0 gelöst werden kann:

$$-\mathbf{MC} \vec{q}_c = [\mathbf{MCM}^T] \vec{q}_0 \quad (2.39)$$

Nun kann mit (2.38) der Schubfluss jedes Elements berechnet werden. Eine beispielhafte Schubflussverteilung durch Querkraft ist in Abbildung 2.10 dargestellt.

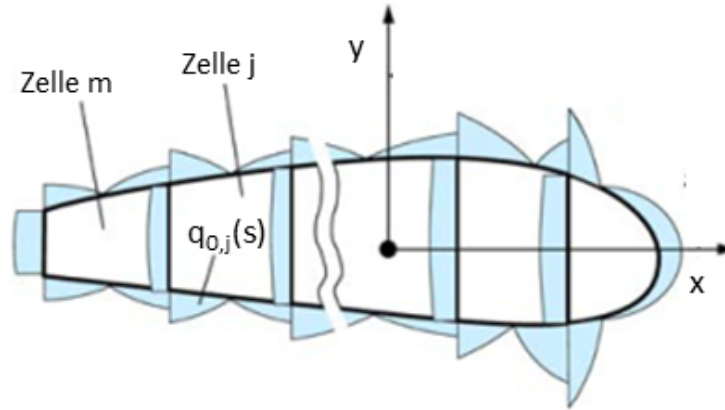


Abbildung 2.10.: Schubflussverteilung am geschlossenen Querschnitt [8]

2.5.3. Schubmittelpunkt

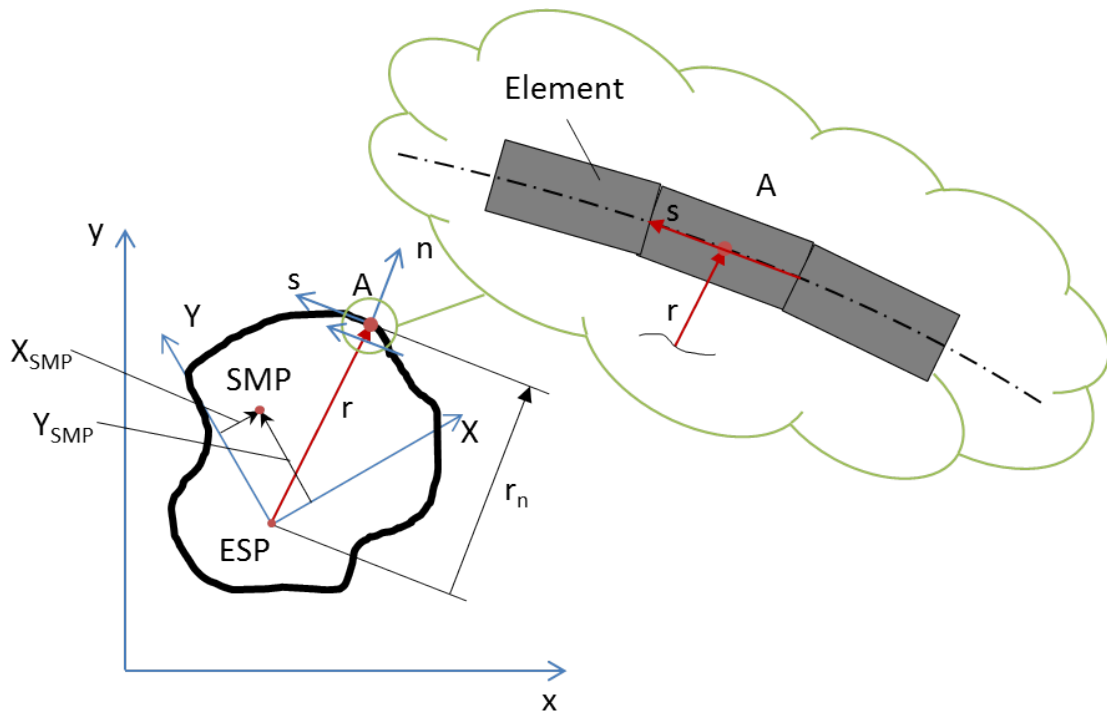


Abbildung 2.11.: Schubmittelpunkt des Querschnitts im Hauptachsensystem

Wird der Querschnitt mit einer Querkraft beaufschlagt, lässt sich die resultierende Schubflussverteilung nach Kapitel 2.5.2 berechnen. Diese Schubflüsse erzeugen ein Torsionsmoment, der Hebelarm ist r_n (siehe Abbildung 2.11). Somit lässt sich dieses Torsionsmoment berechnen zu

$$T = \oint_C q(\vec{r} \times \vec{ds})$$

Diskretisiert man dieses Problem nun auch mit den in Kapitel 2.5.2 eingeführten Finite-Kontur-Elementen, lässt sich das Integral als Summe schreiben:

$$T \approx \sum_{i=0}^n q_i (\vec{r}_i \times \vec{s}_i)$$

Der Schubmittelpunkt (SMP) ist als der Punkt eines Querschnitts definiert, an dem eine angreifende Querkraft keine Verdrillung hervorruft. [9] Diese Bedingung ist gegeben, wenn das durch die Schubflüsse erzeugte Torsionsmoment T dem Moment entspricht, das die angreifende Querkraft erzeugt. Um die Position des Schubmittelpunktes zu ermitteln werden zwei Bedingungen aufgestellt, je eine für eine Querkraft in X - und Y -Hauptachsenrichtung. q_X und q_Y sind die durch die Querkraft hervorgerufenen Schubflüsse, die nach Kapitel 2.5.2 berechnet werden.

$$\sum_{i=0}^n q_{X,i} (\vec{r}_i \times \vec{s}_i) = -Q_X Y_{SMP} \qquad \sum_{i=0}^n q_{Y,i} (\vec{r}_i \times \vec{s}_i) = -Q_Y X_{SMP}$$

Daraus folgt für die Position des Schubmittelpunktes im Hauptachsensystem:

$$X_{SMP} = \frac{\sum_{i=0}^n q_{Y,i} (\vec{r}_i \times \vec{s}_i)}{Q_Y} \qquad Y_{SMP} = -\frac{\sum_{i=0}^n q_{X,i} (\vec{r}_i \times \vec{s}_i)}{Q_X} \quad (2.40)$$

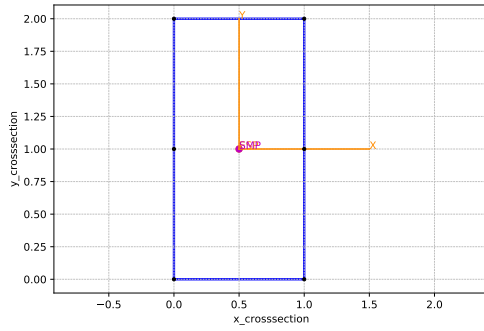
3. Validierung und Diskussion der Ergebnisse

Um die Implementierung des theoretischen Ansatzes zu überprüfen wurden sechs Testquerschnitte erstellt und mit dem Tool berechnet. Die Testquerschnitte sind in Abbildung 3.1 dargestellt. Die gewonnenen Ergebnisse sind mit einer analytischen Handrechnung verglichen worden. Für alle Testquerschnitte sind die Querschnittssteifigkeiten EA , ES_x , ES_y , EI_x , EI_y , EI_{xy} und GJ händisch berechnet worden. Für die Testquerschnitte 16 und 17 wurde zusätzlich der Schubmittelpunkt berechnet.

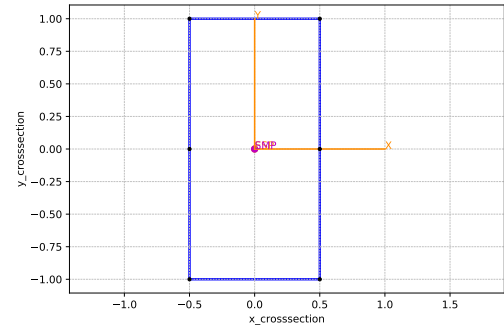
Die Ergebnisse der Berechnungen stimmten mit den analytischen Handrechnungen überein, somit kann davon ausgegangen werden, dass der zugrunde liegende Ansatz aus Kapitel 2 korrekt implementiert wurde.

Allerdings werden bei der Herleitung des Ansatzes Annahmen getroffen, die die Verwendung einschränken:

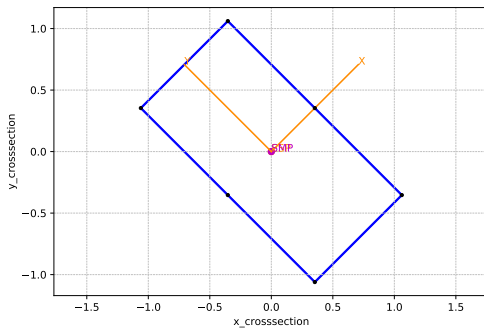
- Geschlossene Querschnitte. Es können keine offenen Querschnitte berechnet werden, auch nicht geschlossene Querschnitte mit offenen Segmenten wie z.B. Flügeln mit Stringern.
- Dünnwandige Querschnitte. Dickwandige oder Vollquerschnitte können nicht berechnet werden.
- Schubstarre Modellierung. Der Balken erfährt keine Verformung durch Querkraftschub. Trotzdem wird der Schubfluss durch Querkraft ausgegeben und kann z.B. für Festigkeitsaussagen verwendet werden.
- Isotropes Materialverhalten. Moderne Flügelstrukturen werden oft aus Faserverbundwerkstoffen hergestellt. Da diese Materialien ein anisotropes Materialverhalten besitzen, ist der Einsatz des Tools nur möglich, wenn quasi-isotrope Lamine verwendet werden. Damit ist auch die Berechnung von elastischer Kopplung der Struktur nicht möglich, die z.B. durch unterschiedliche Lamine in der Flügeloberseite und Flügelunterseite hervorgerufen wird. Dadurch kann z.B. durch die Biegung des Flügels eine Verdrillung hervorgerufen werden. [10]
- Keine Umfangsspannungen. Diese Annahme ist für Strukturen unter Innendruck nicht zulässig, z.B. Druckrümpfe oder Flügel mit bedruckten Kraftstofftanks.
- Freie Verwölbung. Behinderte Verwölbung und daraus resultierende Normalspannungen, wie sie z.B. beim Flächenanschluss an den Rumpf vorkommen, können nicht berechnet werden.



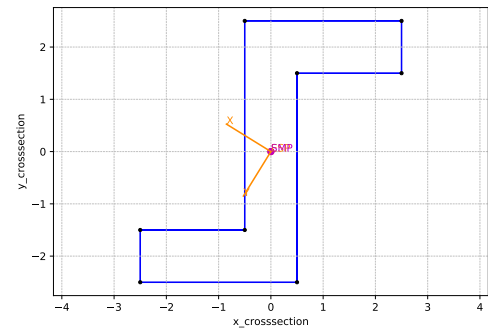
(a) Querschnitt 12



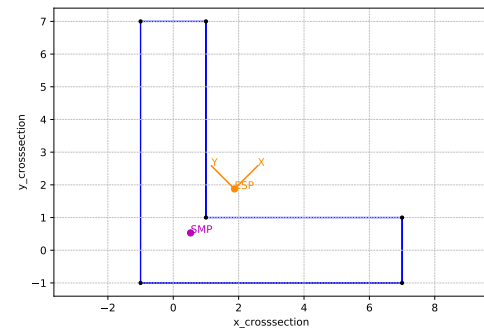
(b) Querschnitt 13



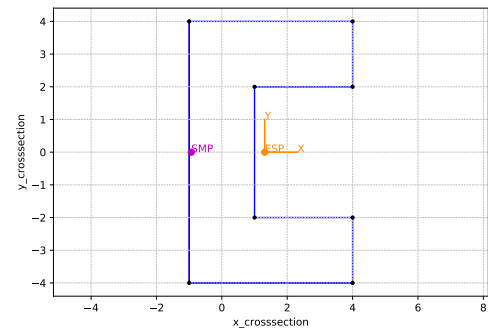
(c) Querschnitt 14



(d) Querschnitt 15



(e) Querschnitt 16



(f) Querschnitt 17

Abbildung 3.1.: Validierungsquerschnitte

4. Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel des Praxisprojekts, die Entwicklung eines Python-Tools zur Querschnittsberechnung von isotropen Flügelstrukturen wurde erreicht. Es ist möglich, von beliebigen mehrzelligen dünnwandigen Querschnitten die Steifigkeiten für Längsdehnung, Biegung und Torsion zu berechnen. Zusätzlich dazu können die aus Querkraft resultierenden Schubspannungen errechnet werden. Als weitere Ausgabe stehen der elastische Schwerpunkt, die Biegehauptachsen und der Schubmittelpunkt zu Verfügung.

Die größte Einschränkung des Tool besteht darin, dass nur isotrope Materialien verwendet werden und somit keine elastischen Kopplungen der Struktur berechnet werden können. Damit kann das Tool z.B. in der Auslegung eines Flügels mit Aeroelastic Tailoring [11] nicht verwendet werden. Auch für die Auslegung moderner Flügel aus Faserkunststoffverbunden ist es nur bedingt geeignet, wenn quasi-isotrope Laminare verwendet werden. Auch für die Berechnung von höherfrequenten Eigenschwingungsformen, bei denen die Verformung aus Querkraftschub eine größere Rolle spielt, ist das Tool nicht gut geeignet. [5]

Um zukünftige Flügelstrukturen besser auslegen zu können, muss ein anderer theoretischer Ansatz verwendet werden. Dieser muss im Vergleich zum jetzigen Ansatz folgende wesentliche Dinge zusätzlich abdecken:

- Verwenden eines nicht isotropen Materialverhaltens, damit Strukturen aus Faserkunststoffverbund-Werkstoffen korrekt abgebildet werden können.
- Mit dem erweiterten Materialverhalten müssen auch elastische Kopplungen der Struktur berechnet werden, um das Tool auch für Auslegungen von Flügeln mit Aeroelastic Tailoring verwenden zu können.
- Modellierung der Verformung aus Querkraftschub, zur genaueren Berechnung der Verformung, vor allem bei der Ermittlung der höherfrequenten Eigenmodi.

Literaturverzeichnis

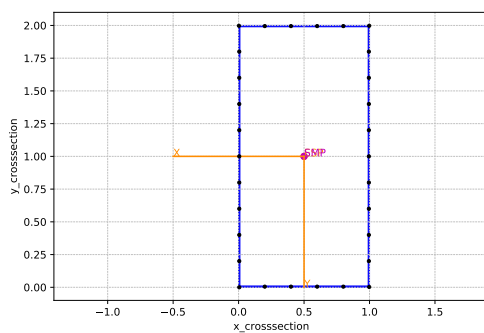
- [1] Johannes Wiedemann. *Leichtbau: Elemente und Konstruktion*. 3. Auflage. Klassiker der Technik. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. ISBN: 3-540-33656-7. DOI: 10.1007/978-3-540-33657-0. URL: <http://site.ebrary.com/lib/alltitles/docDetail.action?docID=10172875>.
- [2] Erich Hau. *Windkraftanlagen: Grundlagen. Technik. Einsatz. Wirtschaftlichkeit*. 6th ed. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2017. ISBN: 978-3-662-53154-9. URL: <https://ebookcentral.proquest.com/lib/gbv/detail.action?docID=4818780>.
- [3] C. Lindenburg, G.D. de Winkel. *State of the art of rotor blade buckling tools: Inventory of the Dutch BLADKNIK project*. 2005. URL: <https://www.ecn.nl/publications/PdfFetch.aspx?nr=ECN-C--05-054>.
- [4] Rolf Mahnken. *Lehrbuch der technischen Mechanik - Elastostatik: Mit einer Einführung in Hybridstrukturen*. Berlin: Springer Vieweg, 2015. ISBN: 978-3-662-44798-7. DOI: 10.1007/978-3-662-44798-7. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-44798-7>.
- [5] Dewey H. Hodges. *Nonlinear Composite Beam Theory*. Reston ,VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006. ISBN: 978-1-56347-697-6. DOI: 10.2514/4.866821.
- [6] José Pedro Blasques. *User's Manual for BECAS v2.0 (Executable version): A cross section analysis tool for anisotropic and inhomogeneous beam sections of arbitrary geometry*. 2012.
- [7] V. Giavotto u. a. „Anisotropic beam theory and applications“. In: *Computers & Structures* 16.1-4 (1983), S. 403–413. ISSN: 00457949. DOI: 10.1016/0045-7949(83)90179-7.
- [8] Cord-Christian Rossow, Klaus Wolf und Peter Horst, Hrsg. *Handbuch der Luftfahrzeugtechnik: Mit 34 Tabellen*. [Elektronische Ressource]. München: Hanser, 2014. ISBN: 978-3-446-43604-6. URL: <http://www.hanser-elibrary.com/action/showBook?doi=10.3139/9783446436046>.
- [9] O. Stodieck, J. E. Cooper und P. M. Weaver. „Interpretation of Bending/Torsion Coupling for Swept, Nonhomogenous Wings“. In: *Journal of Aircraft* 53.4 (2016), S. 892–899. ISSN: 0021-8669. DOI: 10.2514/1.C033186.
- [10] Michael Dugas. *Ein Beitrag zur Auslegung von Faserverbundtragflügeln im Vorentwurf*. 2002. DOI: 10.18419/opus-3672.

-
- [11] Terrence A. Weisshaar. *Aeroelastic Stability and Performance Characteristics of Aircraft with Advanced Composite Sweptforward Wing Structures*. 1978. URL: <http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?AD=ADB032318&Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf>.

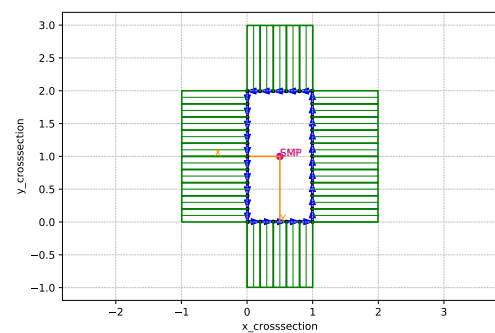
Anhang

A. Ergebnisse der Berechnung für einen Kastenquerschnitt

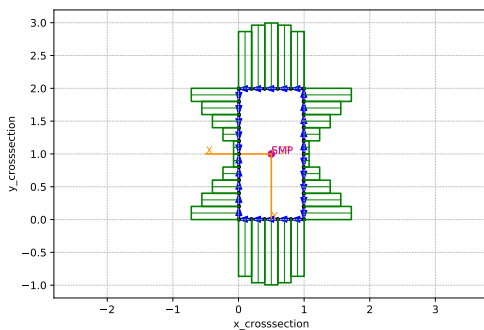
Im Folgenden sind die Ergebnisse der Berechnungen des Tools für einen Kastenquerschnitt dargestellt.



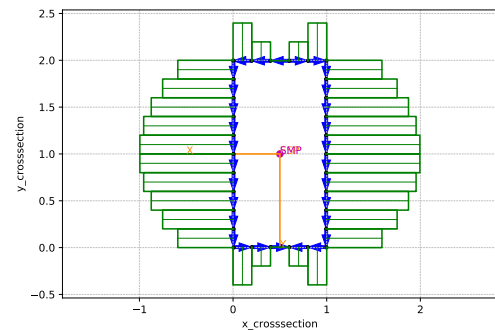
(a) Querschnitt 21



(b) Schubfluss durch ein „1“-Torsionsmoment



(c) Schubfluss durch eine „1“-Querkraft in X-Hauptachsenrichtung



(d) Schubfluss durch eine „1“-Querkraft in Y-Hauptachsenrichtung

A.1. Lastfälle

In den folgenden Abschnitten sind die lokalen Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen qualitativ dargestellt, die aus verschiedenen Lastfällen resultieren.

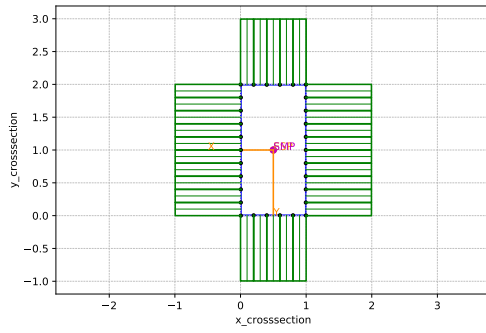
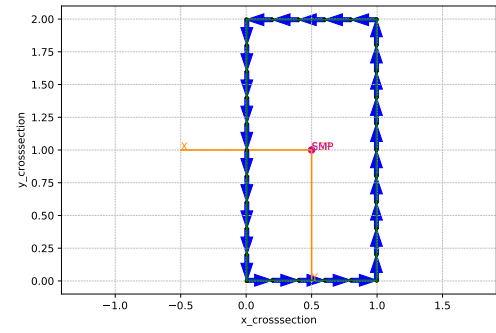
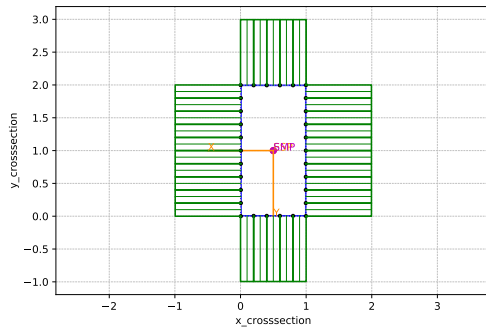
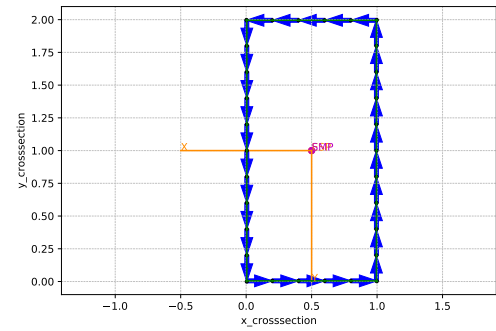
(a) Dehnung in z -Richtung(b) Scherung in s -Konturrichtung(c) Normalfluss in z -Richtung(d) Schubfluss in s -Konturrichtung

Abbildung A.2.: Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Längsdehnung

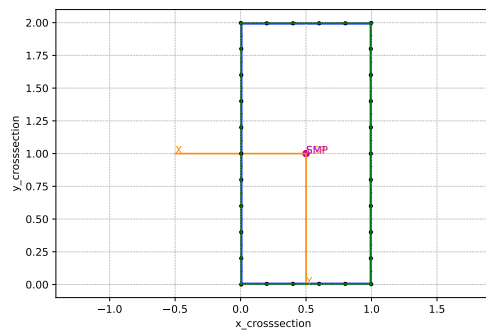
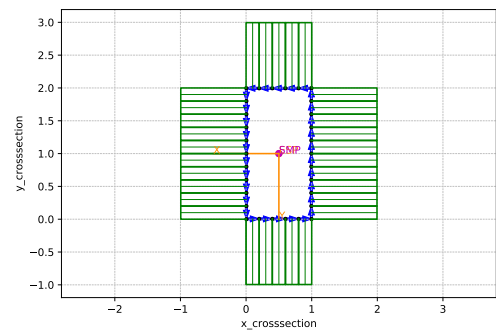
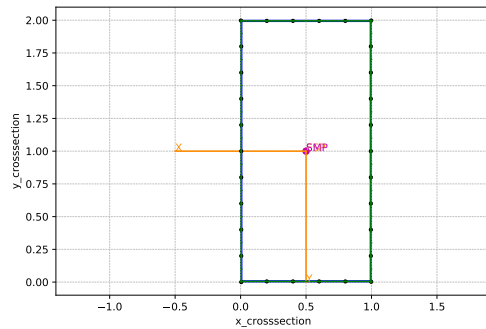
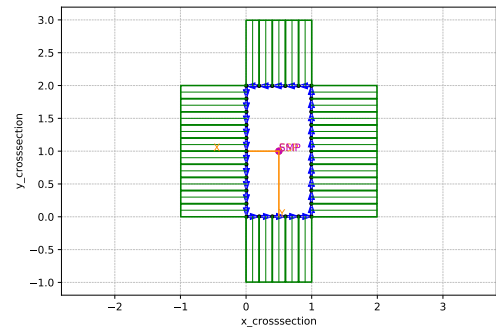
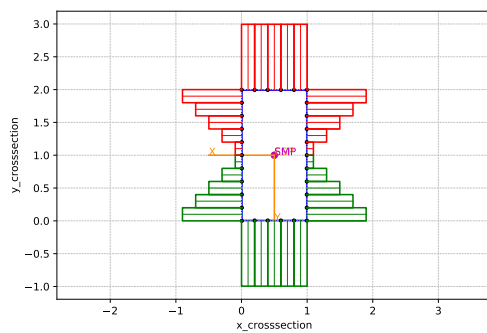
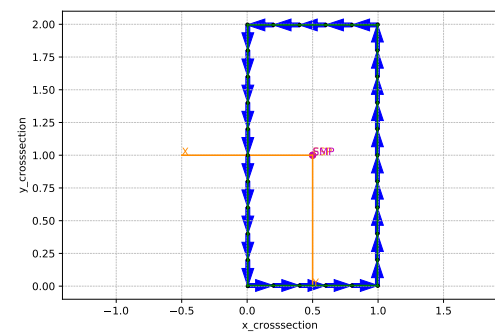
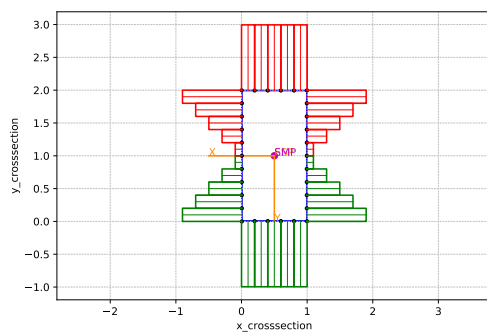
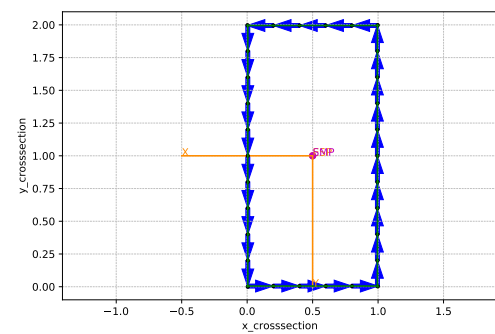
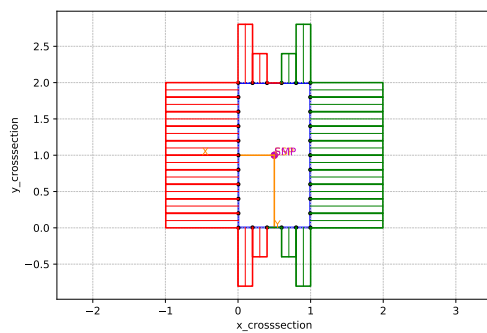
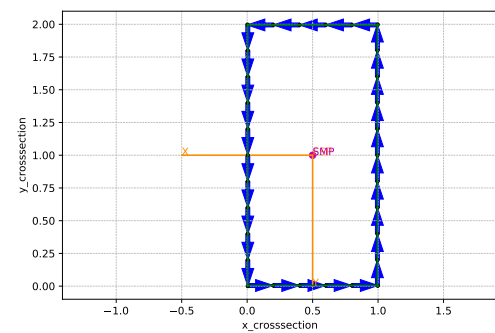
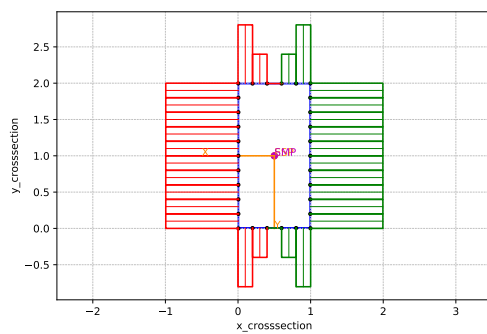
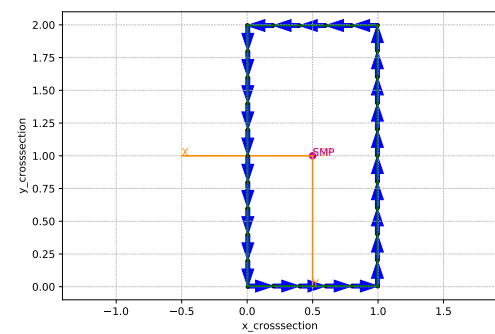
(a) Dehnung in z -Richtung(b) Scherung in s -Konturrichtung(c) Normalfluss in z -Richtung(d) Schubfluss in s -Konturrichtung

Abbildung A.3.: Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Torsion

(a) Dehnung in z -Richtung(b) Scherung in s -Konturrichtung(c) Normalfluss in z -Richtung(d) Schubfluss in s -KonturrichtungAbbildung A.4.: Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Biegung um die X -Hauptachse

(a) Dehnung in z -Richtung(b) Scherung in s -Konturrichtung(c) Normalfluss in z -Richtung(d) Schubfluss in s -KonturrichtungAbbildung A.5.: Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Biegung um die Y -Hauptachse

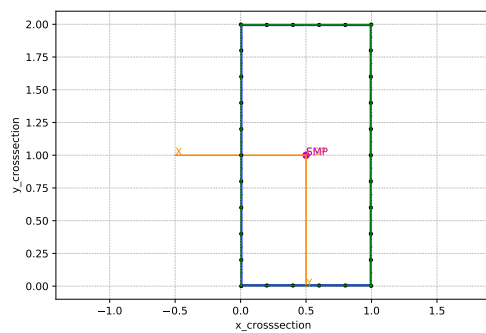
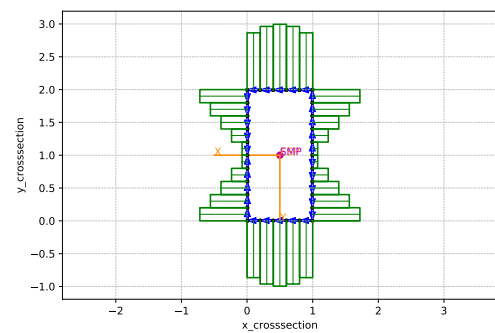
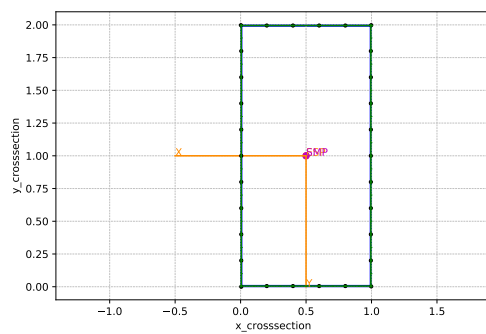
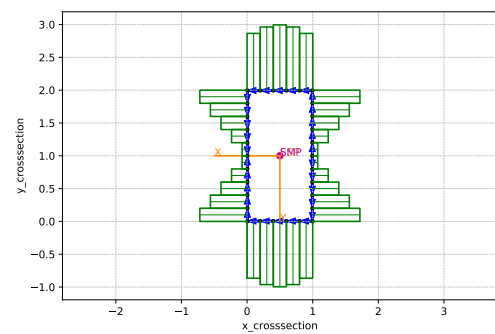
(a) Dehnung in z -Richtung(b) Scherung in s -Konturrichtung(c) Normalfluss in z -Richtung(d) Schubfluss in s -Konturrichtung

Abbildung A.6.: Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Querkraft in X -Hauptachsenrichtung

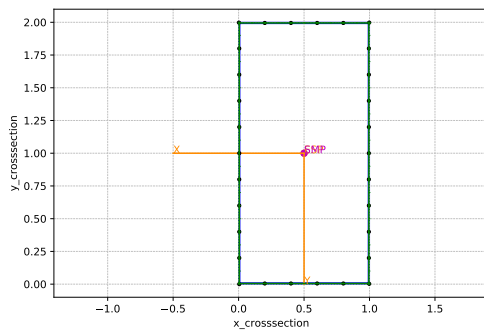
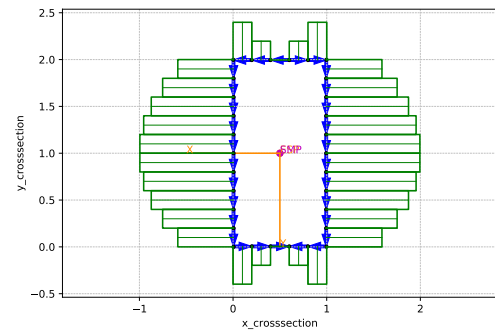
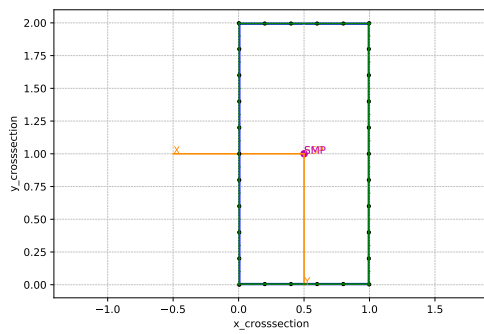
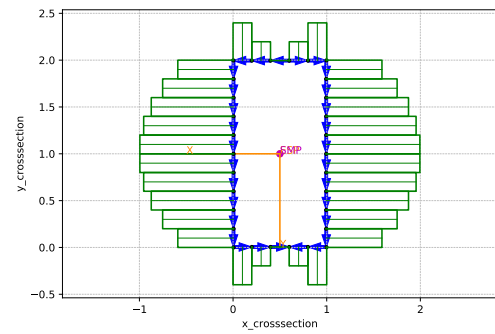
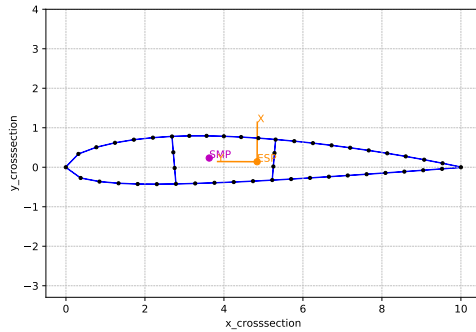
(a) Dehnung in z -Richtung(b) Scherung in s -Konturrichtung(c) Normalfluss in z -Richtung(d) Schubfluss in s -Konturrichtung

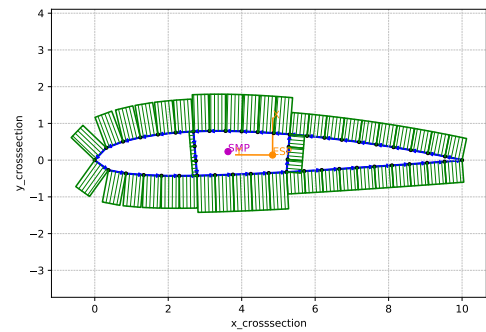
Abbildung A.7.: Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Querkraft in Y -Hauptachsenrichtung

B. Ergebnisse der Berechnung für einen dreizelligen Flügelquerschnitt

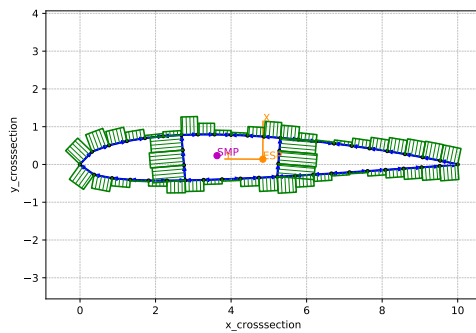
Im Folgenden sind die Ergebnisse der Berechnungen des Tools für einen dreizelligen Flügelquerschnitt dargestellt.



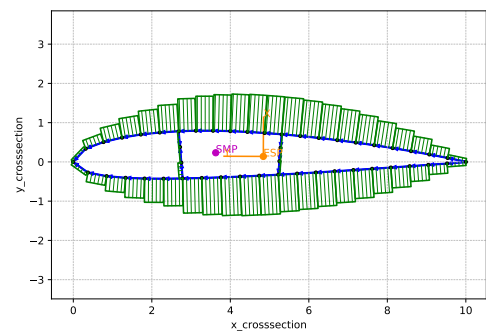
(a) Querschnitt 22



(b) Schubfluss durch ein „1“-Torsionsmoment



(c) Schubfluss durch eine „1“-Querkräft in X -Hauptachsenrichtung



(d) Schubfluss durch eine „1“-Querkräft in Y -Hauptachsenrichtung

B.1. Lastfälle

In den folgenden Abschnitten sind die lokalen Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen qualitativ dargestellt, die aus verschiedenen Lastfällen resultieren.

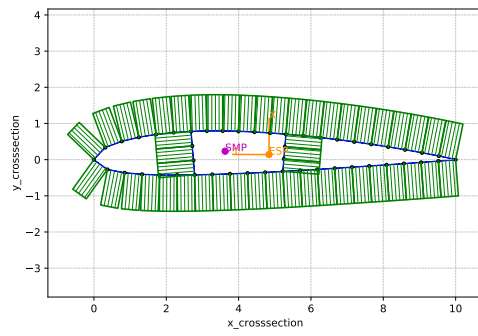
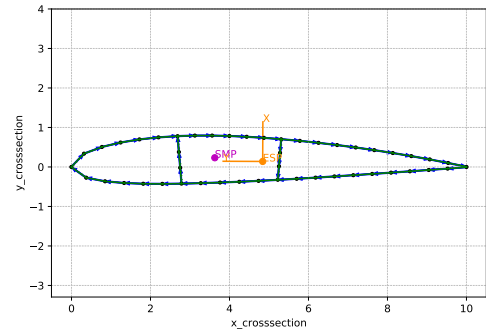
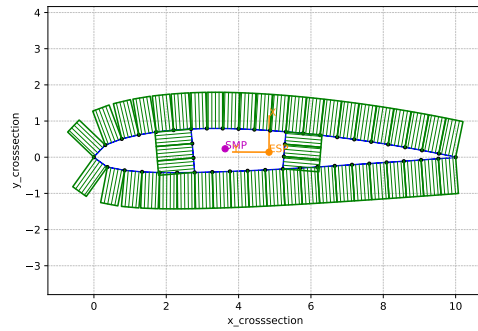
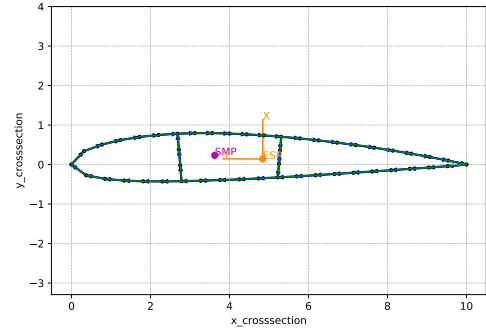
(a) Dehnung in z -Richtung(b) Scherung in s -Konturrichtung(c) Normalfluss in z -Richtung(d) Schubfluss in s -Konturrichtung

Abbildung B.9.: Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Längsdehnung

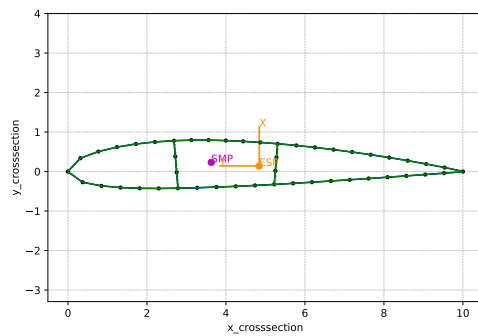
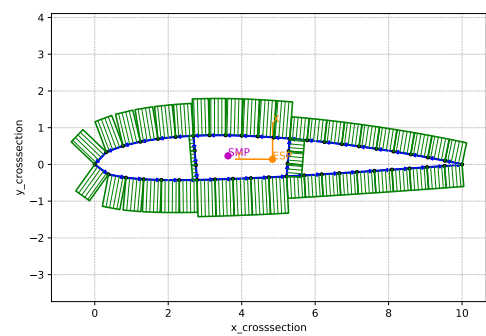
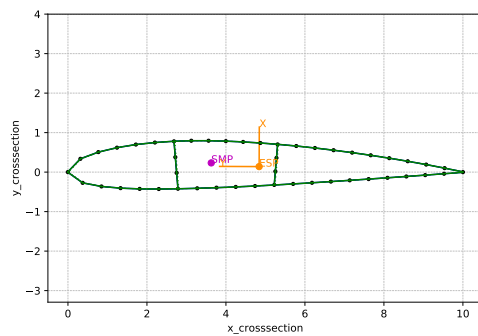
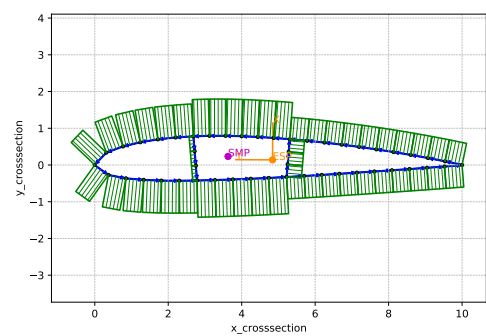
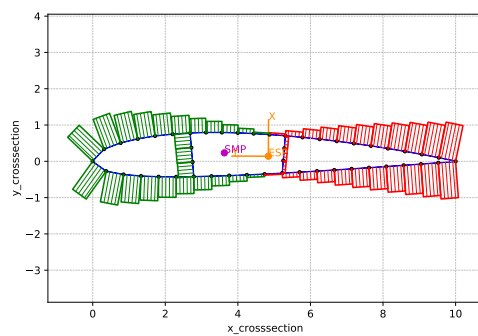
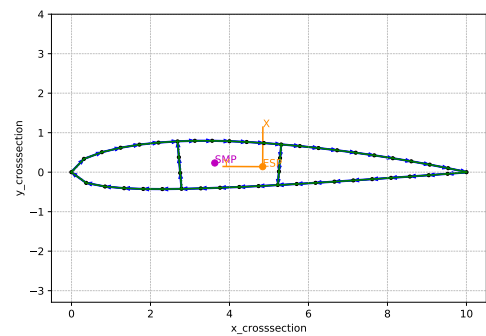
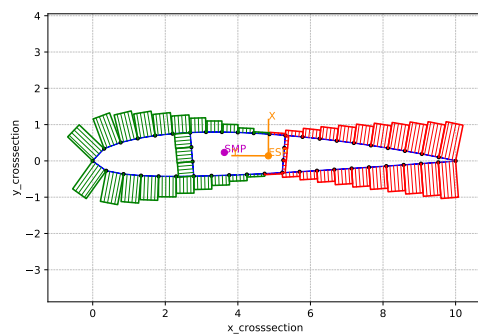
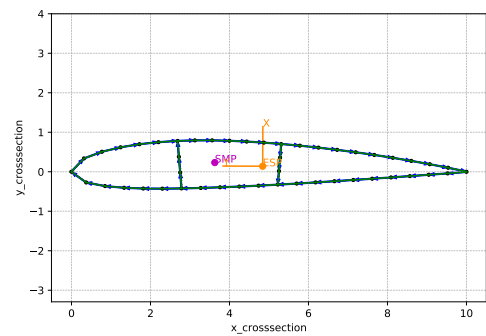
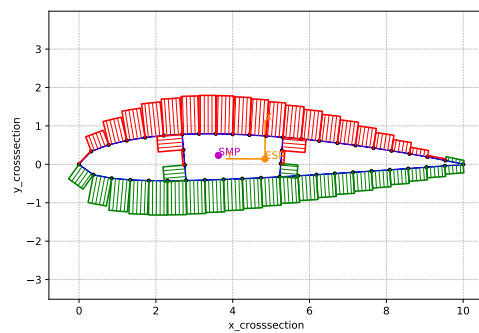
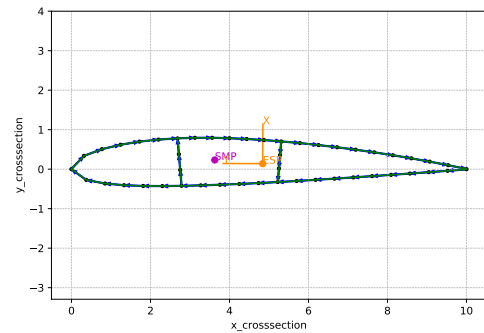
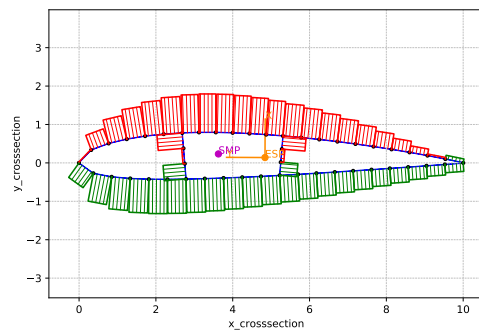
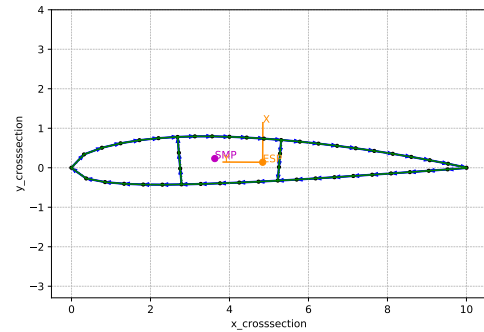
(a) Dehnung in z -Richtung(b) Scherung in s -Konturrichtung(c) Normalfluss in z -Richtung(d) Schubfluss in s -Konturrichtung

Abbildung B.10.: Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Torsion

(a) Dehnung in z -Richtung(b) Scherung in s -Konturrichtung(c) Normalfluss in z -Richtung(d) Schubfluss in s -KonturrichtungAbbildung B.11.: Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Biegung um die X -Hauptachse

(a) Dehnung in z -Richtung(b) Scherung in s -Konturrichtung(c) Normalfluss in z -Richtung(d) Schubfluss in s -KonturrichtungAbbildung B.12.: Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Biegung um die Y -Hauptachse

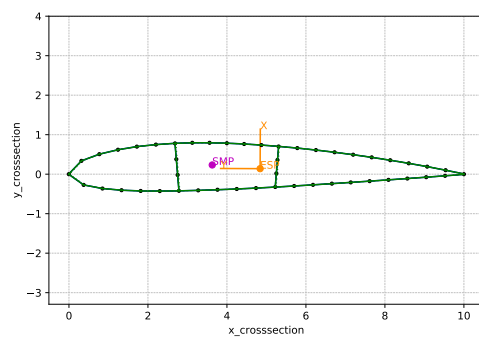
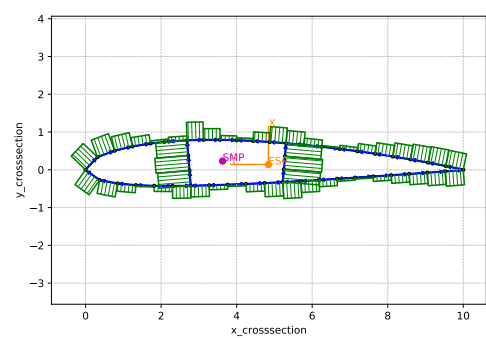
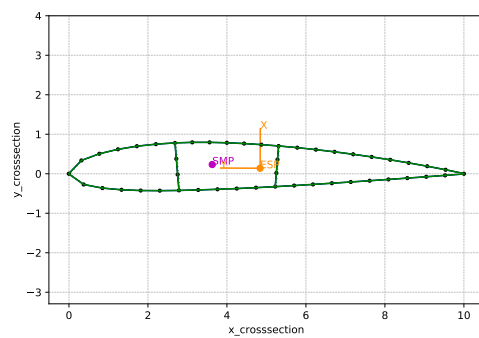
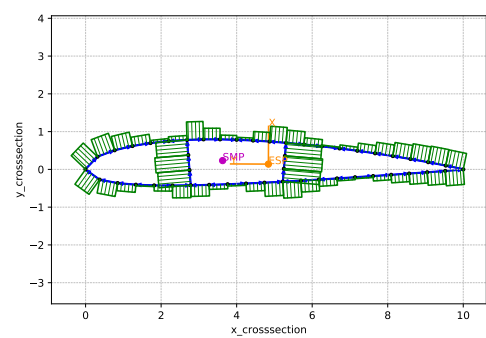
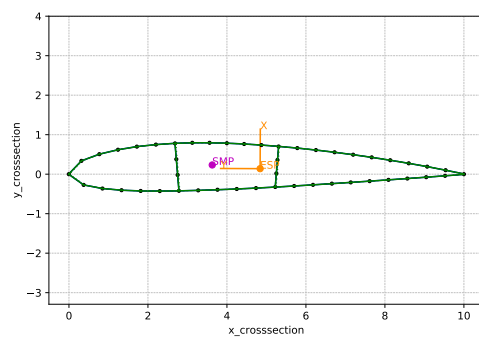
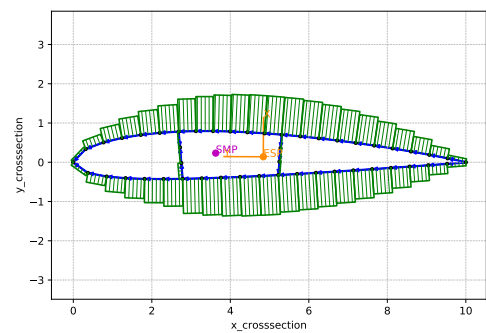
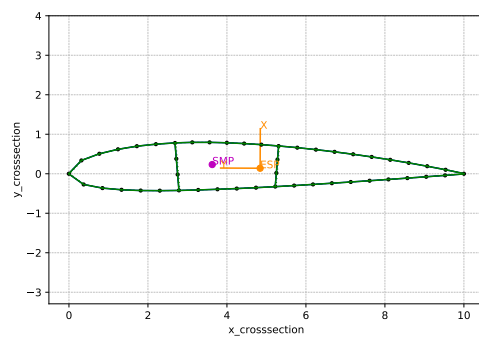
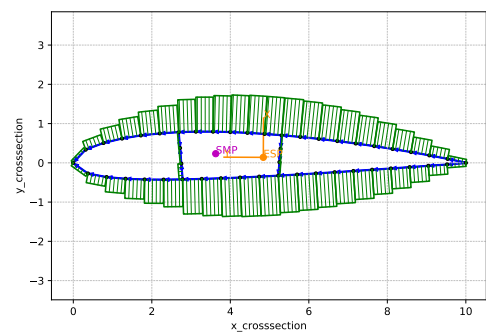
(a) Dehnung in z -Richtung(b) Scherung in s -Konturrichtung(c) Normalfluss in z -Richtung(d) Schubfluss in s -Konturrichtung

Abbildung B.13.: Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Querkraft in X -Hauptachsenrichtung

(a) Dehnung in z -Richtung(b) Scherung in s -Konturrichtung(c) Normalfluss in z -Richtung(d) Schubfluss in s -KonturrichtungAbbildung B.14.: Verzerrungen und Kraftflüsse an den Elementen durch Querkraft in Y -Hauptachsenrichtung